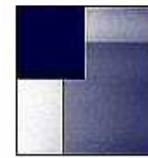




INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



**Střední odborná škola
a Střední odborné učiliště
Kladno, Dubská**

Digitální učební materiál

Autor:	Mgr. Iveta Semencová
Předmět/vzdělávací oblast:	Matematika
Tematická oblast:	Funkce a její průběh, rovnice a nerovnice
Téma:	Kvadratické funkce – základní grafy
Ročník:	1.- 2.,4.
Datum vytvoření:	prosinec 2013
Název:	VY_32_INOVACE_8.1.05.MAT
Anotace:	Žáci si zopakují pojmy graf funkce, vlastnosti funkce podle náčrtu a zadání funkce, definiční obor a obor hodnot, funkce rostoucí a klesající, vrchol paraboly. Digitální učební materiál je určen k výkladu. Využívá vkládání grafů z Excelu, což zvyšuje jeho názornost a napomáhá lepšímu porozumění tématu. Interaktivní prezentační prvky, animace a bohaté ilustrační příklady napomáhají lepšímu pochopení tématu a usnadňují rozvoj znalostí a dovedností žáků. Je vhodné použít interaktivní tabuli.
Metodický pokyn:	Materiál má multifunkční využití, je vhodný nejen k výkladu, k ověřování znalostí, k samostatnému studiu, ale i k opakování ke společné části maturitní zkoušky. Je možné jej použít i k doplnění učiva pro žáky s individuálním učebním plánem. Vyžaduje použití multimediálních prostředků – PC, dataprojektoru. popř. interaktivní tabule.

Kvadratická funkce

Kvadratická funkce je určena předpisem $y = ax^2 + bx + c$, kde $a, b, c \in \mathbb{R}$

grafem kvadratické funkce je parabola

$a \geq 0$ parabola je otočená nahoru

$a < 0$ parabola je otočená dolů

PARABOLA je určena vrcholem $V = [x, y] \rightarrow$

$$x = -\frac{b}{2a} \quad y = c - \frac{b^2}{4a}$$

Monotónnost (rostoucí, klesající) funkce určuje vrchol paraboly, řídí se souřadnicí x (vrcholu paraboly)

je-li parabola otočená nahoru, je funkce klesající v intervalu $(-\infty, x]$ a rostoucí v intervalu $[x, \infty)$

je-li parabola otočená dolů, je funkce rostoucí v intervalu $(-\infty, x]$ a klesající v intervalu $[x, \infty)$

$D(f) = \mathbb{R}$

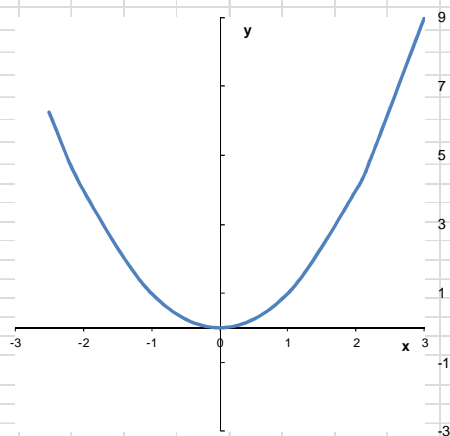
$H(f) = [y, \infty)$, je-li parabola otočená nahoru nebo $H(f) = (-\infty, y]$, je-li parabola otočená dolů

Kvadratická funkce

$$y = x^2$$

$$V = [0,0]$$

x	-2,5	-2	-1	0	1	2	2,2	3
y	6,25	4	1	0	1	4	4,84	9



Vlastnosti funkce

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = \langle 0, \infty \rangle$$

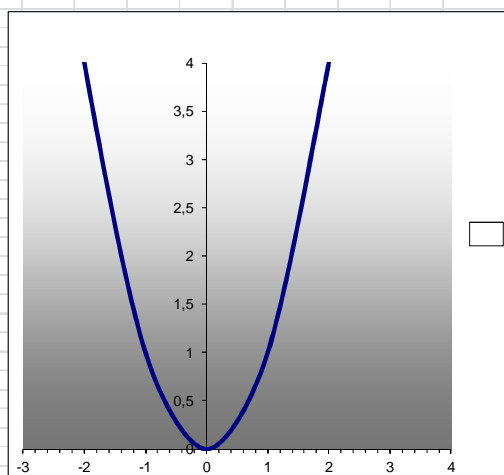
Funkce je klesající v intervalu $(-\infty, 0]$ a rostoucí v intervalu $\langle 0, \infty)$

Funkce má ve vrcholu minimum

Funkce protíná osu y v bodě $V = [0,0]$

Funkce protíná osu x bodě $V = [0,0]$

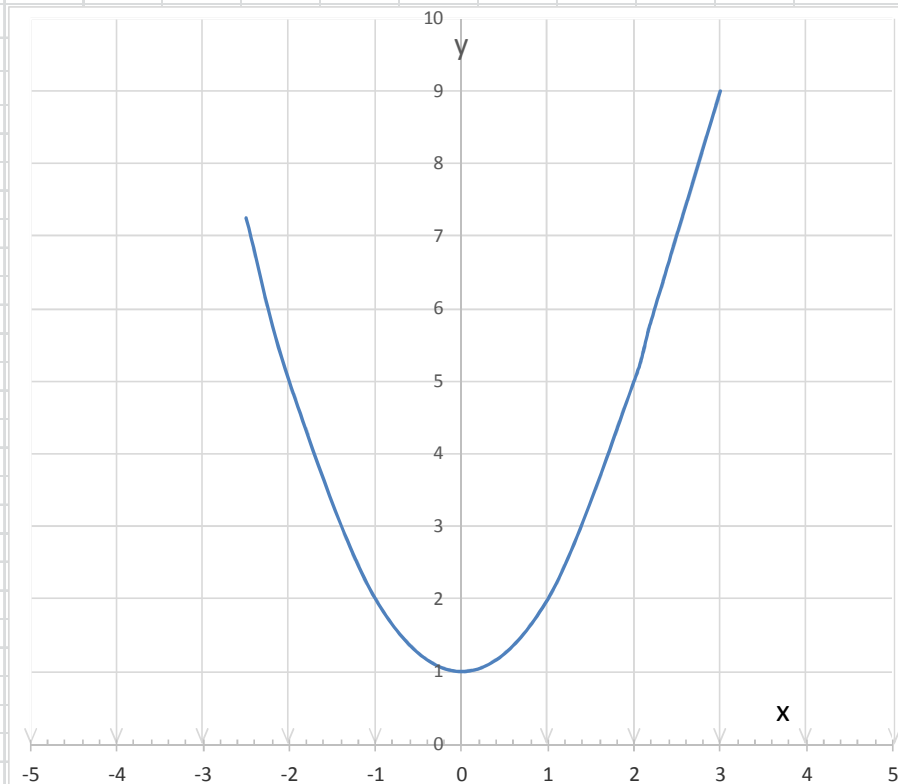
→ základní parabola



Kvadratická funkce

$$y = x^2 + 1 \quad V = [0, 1]$$

x	-2,5	-2	-1	0	1	2	2,2	3	-3
y	7,25	5	2	1	2	5	5,84	9	9



Vlastnosti funkce

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = (-\infty, \infty)$$

Funkce je klesající v intervalu $(-\infty, 0]$ a rostoucí v intervalu $[0, \infty)$

Funkce má ve vrcholu minimum

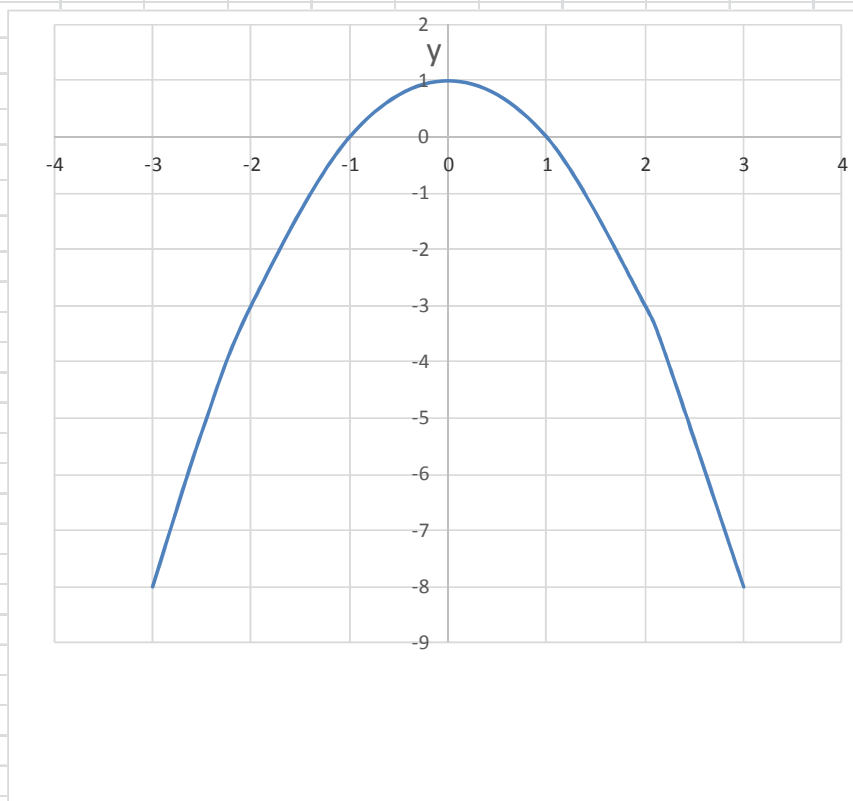
Funkce protíná osu y v bodě $[0, 1]$

Funkce neprotíná osu x v žádném bodě

Kvadratická funkce

$$y = -x^2 + 1 \quad V = [0, 1]$$

x	-3	-2,5	-2	-1	0	1	2	2,2	3
y	-8	-5,25	-3	0	1	0	-3	-3,84	-8



Vlastnosti funkce

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = (-\infty, 1]$$

funkce je rostoucí v intervalu $(-\infty, 0]$ a klesající v intervalu $(0, \infty)$

Funkce má ve vrcholu maximum

Funkce protíná osu y v bodech $V = [0, 1]$

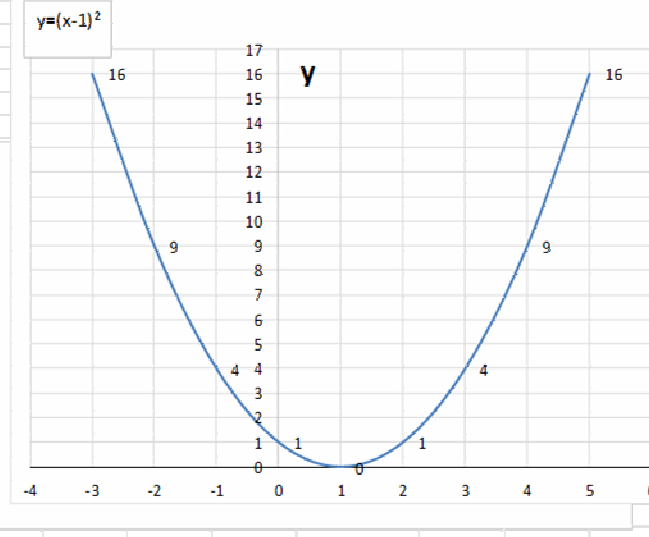
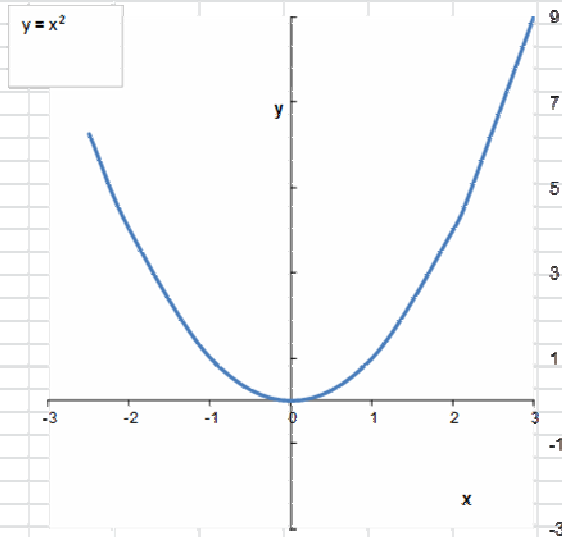
Funkce protíná osu x v bodech $[-1, 0]$ a $[1, 0]$

Kvadratická funkce

$$y = (x - 1)^2$$

$$V = [0, 1]$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16



Vlastnosti funkce

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = \langle 0, \infty \rangle$$

funkce je klesající v intervalu $(-\infty, 1)$ a klesající v intervalu $\langle 1, \infty \rangle$

Funkce má ve vrcholu minimum

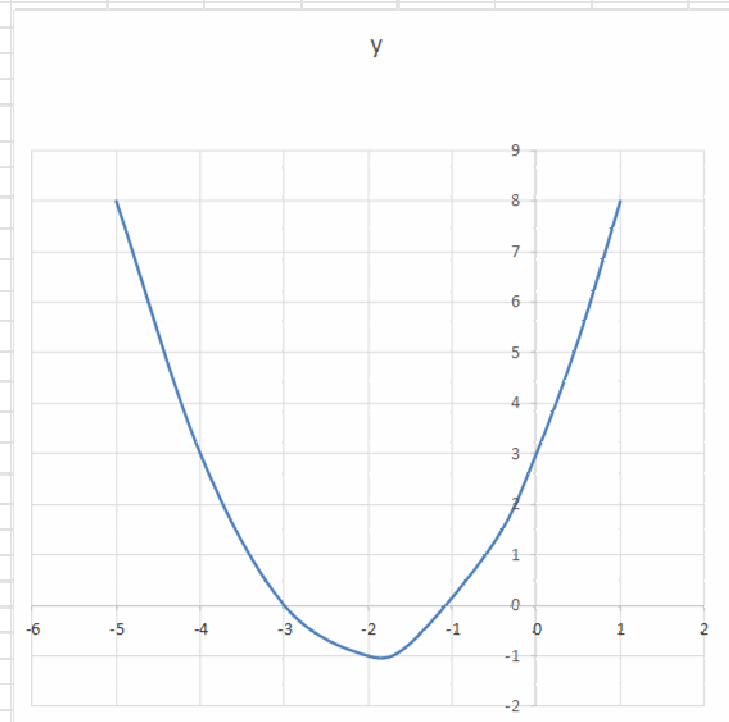
Funkce protíná osu y v bode $V = [0, 1]$

Funkce protíná osu x v bodě $[1, 0]$

Kvadratická funkce

$$y = (x + 2)^2 - 1 \quad V = [-2, -1]$$

x	-5	-4	-3	-2	-1,5	-0,5	0	0,5	1
y	8	3	0	-1	-0,75	1,25	3	5,25	8



Vlastnosti funkce

$$D(f) = R$$

$$H(f) = \langle -1, \infty \rangle$$

funkce je klesající v intervalu $(-\infty, -2)$ a klesající v intervalu $\langle -2, \infty \rangle$

Funkce má ve vrcholu minimum

Funkce protíná osu y v bode $V = [0, 3]$

Funkce protíná osu x v bodech $[-1, 0]$ a $[-3, 0]$

Procvičování

1. Určete posunutí daných kvadratických funkcí podle souřadnicových os a vrchol

1.1. $y = x^2 + 2$

1.2. $y = (x+1)^2$

1.3. $y = (x+3)^2 - 5$

1.4. $y = -x^2 - 2$

1.5. $y = 3x^2$

2. Načrtni graf funkce $y = -x^2 - 1$ a urči všechny vlastnosti, daný graf načrtni

Příklad 1:

Řešení:

1.1. $V = [0,2]$ posunutí po y o 2 jednotky nahoru

1.2. $V = [-1,0]$ posunutí po x o 1 doleva

1.3. $V = [-3,-5]$ posunutí po x o 3 doleva a po ose y o 5 dolů

1.4. $V = [0,-2]$ posunutí po ose y o 2 dolů

1.5. $V = [0,0]$ bez posunutí

Příklad 2:

$$V = [0,-1]$$

parabola je otočená dolů, ve vrcholu má tedy maximum
je rostoucí v intervalu $(-\infty, 0]$ a klesající v intervalu $(0, \infty)$

$$D(f) = \mathbb{R}, H(f) = (-\infty, -1]$$

Tabulka bodů:

x	0	1	-1	2	-2	0,5	-0,5	3	-3
y	-1	-2	-2	-5	-5	-1,3	-1,3	-10	-10

